UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2008-2**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **18/10/2008**
DACIBAHCC

SEGUNDA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Sea un sistema $Ax = b$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $b = [-1 \quad 6 \quad 9]^t$. Hallar los radios espectrales de las matrices de Jacobi y Gauss-seidel, sin intercambiar filas, ¿Qué puede concluir de los resultados obtenidos?

Si fuera posible la convergencia con alguno de estos métodos realice 02 iteraciones con el vector inicial xo=$[1 \quad 1 \quad 1]^t$. Comente sus resultados.

Solución

```
A=[1  2  -2; 1  1 1 ;  2  2 1]
B=[-1
    6
    9]
D=diag(diag(A));
L=D-tril(A);
U=D-triu(A);
Tj=inv(D)*(L+U)
Tgs=inv(D-L)*(U)
cj=inv(D)*B
```

$\rho(Tj) = 9.1754e-006$

$\rho(Tg) = 2$

Converge Jacobi pero no Gauss Seidel

x0 = $[1 \quad 1 \quad 1]^t$

\>> x1=Tj*x0

x1 = $[-1 \quad 4 \quad 5]^t$

\>> x2=Tj*x1+cj

x2 = $[1 \quad 2 \quad 3]^t$

Problema 2

Dada la siguiente Matriz : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ w & 2 \end{bmatrix} \quad w > 1$:

a) Realice 04 iteraciones del método de la potencia directo, $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$:

b) Muestre el error cometido en el cálculo del valor propio dominante.

c) ¿Será posible diagonalizar A?

Solución

a)

$$y^{(1)} = Ax^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ w \end{bmatrix} = w\begin{bmatrix} 1/w \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda^{(1)}x^{(1)}$$

$$y^{(2)} = Ax^{(1)} = \begin{bmatrix} 1/w \\ 3 \end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix} 1/(3w) \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda^{(2)}x^{(2)}$$

$$y^{(3)} = Ax^{(2)} = \begin{bmatrix} 1/(3w) \\ 7/3 \end{bmatrix} = (7/3)\begin{bmatrix} 1/(7w) \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda^{(3)}x^{(3)}$$

$$y^{(4)} = Ax^{(3)} = \begin{bmatrix} 1/(7w) \\ 15/7 \end{bmatrix} = (15/7)\begin{bmatrix} 1/(15w) \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda^{(4)}x^{(4)}$$

b)

$$Err = \left|2 - \frac{15}{7}\right| = \frac{1}{7}$$

c) Si es posible dado que los valores propios son diferentes.

Problema 3

La concentración c de una bacteria contaminante en un lago decrece según la expresión

$$c(t) = 80e^{-2t} + 20e^{-0.5t}$$

siendo t el tiempo en horas.

a) Determine el número de iteraciones que son necesarias para obtener una raíz de $c(t) = 7$ con un error menor de 10^{-4} utilizando el método de la bisección.

b) Demostrar que si existe solución esta es única en la ecuación $c(t) = 7$.

c) Utilizando el método de Newton determinar el tiempo que se necesita para que el número de bacterias se reduzca a 7. Considere $t^{(0)} = 2$. Realice 03 Iteraciones.

Solución

(a) b=1, a=0, $\delta=10^{-4}$

$$n \geq \log_2\left(\frac{b-a}{\delta}\right) = 13.2877$$

$$n = 14$$

(b)

$$f(t) = c(t) - 7 = 0$$

$$f'(t) = c'(t) = -160e^{-2t} - 10e^{-t/2} < 0 \Rightarrow f, c \quad \textit{son decreciente estrictamente}$$

$$\Rightarrow \textit{si} \quad \textit{existe} \quad \textit{solucion,} \quad \textit{es} \quad \textit{unica.}$$

(c)

$t^{(0)} = 20$

$t^{(1)} = 2.2758$

$t^{(2)} = 2.3277$

$t^{(3)} = 2.3291$

Problema 4

Complete los espacios en la función, donde:

fun: Es la cadena que representa la función matemática

x0: Punto de partida

cs: Cifras significativas deseadas

maxite: Máximas iteraciones

iteraciones: Numero de iteraciones ejecutadas

x: Raíz aproximada

```
function [x,iteraciones]=newtonraphson(fun,x0,cs,maxite)

f=____________________;%La función

df=___________________;%La derivada de la función
i=0;er=10;x=x0;

while (____________________________)

    x=______________________;
    er=abs(x-x0);
    x0=x
    i=i+1;
end

________________________;

if ___________________
    disp('El método Falló')
end
```

Solución

```
function [x,iteraciones]=newtonraphson(fun,x0,cs,maxite)
f=inline(fun);%La funcion
df=inline(diff(fun));%La derivada de la funcion
i=0;er=10;x=x0;
while ((er>=(0.5*10^-cs))&&(i<maxite))
    x=x0-f(x0)/df(x0);
    er=abs(x-x0);
    x0=x
    i=i+1;
end
iteraciones=i;
if (er>=0.5*10^-cs)
    disp('El método Falló')
end
```